2018 年广东学考数学常用公式及结论大全

必修 1

1、集合的含义与表示

一般地，我们把研究对象统称为元素，把一些元素组成的总体叫做集合。它具有三大特性：确定性、互异性、无序性。集合的表示有列举法、描述法。

描述法格式为：{元素|元素的特征}，例如$\{x\,|\,x<5,且x\in N\}$

2、常用数集及其表示方法

（1）自然数集 N（又称非负整数集）：0、1、2、3、……

（2）正整数集 $\mathbf{N}^*$或 $\mathbf{N}_+$ ：1、2、3、……

（3）整数集 **Z**：-2、-1、0、1、……

（4）有理数集 **Q**：包含分数、整数、有限小数等

（5）实数集 R：全体实数的集合

（6）空集Φ：不含任何元素的集合

3、元素与集合的关系：属于∈，不属于∉

例如：*a* 是集合 *A* 的元素，就说 *a* 属于 *A*，记作 *a*∈*A*

4、集合与集合的关系：子集、真子集、相等

（1）子集的概念

如果集合 A 中的每一个元素都是集合 B 中的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集(如图 1)，记作 $A\subseteq B$或$B\supseteq A$.

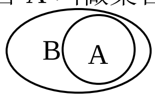
若集合 P 中存在元素不是集合 Q 的元素，那么 P 不包含于 Q，

记作 $P\not\subseteq Q$

(图 1)

（2）真子集的概念

若集合 A 是集合 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A,那么集合 A 叫做集合 B 的真子集(如图 2). $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$.



(图 2)

（3)集合相等:若集合 A 中的元素与集合 B 中的元素完全相同则称集合 A 等于集合 B,记作 A=B.

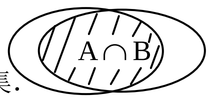
$$A\subseteq B,B\subseteq A\Leftrightarrow A=B$$

5、重要结论（1）传递性：若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$

（2）空Φ集是任意集合的子集，是任意非空集合的真子集.

6、含有 n 个元素的集合,它的子集个数共有 2^n 个；真子集有 2^n-1 个；非空子集有 2^n-1 个(即不计空集)；非空的真子集有 2^n-2 个.

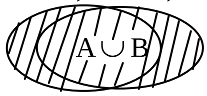
7、集合的运算：交集、并集、补集



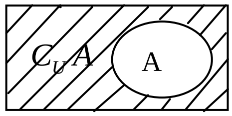
（1）一般地，由所有属于 A 又属于 B 的元素所组成的集合,叫做 A,B 的交集.

记作 A∩B（读作＂A 交 B＂），即 A∩B= {x|x∈A，且 x∈B}.

（2）一般地，对于给定的两个集合 A,B 把它们所有的元素并在一起所组成的集合,叫做 A,B 的并集．记作 A∪B（读作＂A 并 B＂），即 A∪B= {x|x∈A，或 x∈B}.



（3）若 A 是全集 U 的子集，由 U 中不属于 A 的元素构成的集合，叫做 A 在 U 中的补集，记作 $C_U A$， $C_U A=\{x \mid x \in U, 且 x \notin A\}$



注：讨论集合的情况时，不要发遗忘了 $A=\Phi$ 的情况。

8、映射观点下的函数概念

如果 A，B 都是非空的数集，那么 A 到 B 的映射 f：A→B 就叫做 A 到 B 的函数，记作 y=f(x)，其中 x∈A，y∈B. 原象的集合 A 叫做函数 y=f(x)的定义域，象的集合 C（C⊆B）叫做函数 y=f(x)的值域. 函数符号 y=f(x)表示“y 是 x 的函数”，有时简记作函数 f(x).

9、分段函数：在定义域的不同部分，有不同的对应法则的函数。如 $y=\begin{cases}2x+1 & x>0 \\ -x^2-3 & x \le 0\end{cases}$

10、求函数的定义域的原则：（解决任何函数问题，必须要考虑其定义域）

①分式的分母不为零；如: $y=\dfrac{1}{x-1}$, 则 $x-1 \ne 0$

②偶次方根的被开方数大于或等于零；如: $y=\sqrt{5-x}$, 则 $5-x \ge 0$

③对数的底数大于 0 且不等于 1 ；如: $y=\log_a(x-2)$, 则 $a>0$ 且 $a \ne 1$

④对数的真数大于 0 ；如: $y=\log_a(x-2)$, 则 $x-2>0$

⑤指数为 0 的底不能为零；如: $y=(m-1)^x$, 则 $m-1 \ne 0$

11、函数的奇偶性（在整个定义域内考虑）

（1）奇函数满足 $f(-x)=-f(x)$，奇函数的图象关于原点对称；

（2）偶函数满足 $f(-x)=f(x)$，偶函数的图象关于 y 轴对称；

注：①具有奇偶性的函数,其定义域关于原点对称； ②若奇函数在原点有定义,则 $f(0)=0$

③根据奇偶性可将函数分为四类：奇函数、偶函数、既是奇函数又是偶函数、非奇非偶函数。

12、函数的单调性（在定义域的某个区间内考虑）

当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，则 $f(x)$ 在该区间上是增函数，图象从左到右上升；

当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，则 $f(x)$ 在该区间上是减函数，图象从左到右下降。

函数 $f(x)$ 在某区间上是增函数或减函数，那么说 $f(x)$ 在该区间具有单调性，该区间叫做单调（增/减）区间

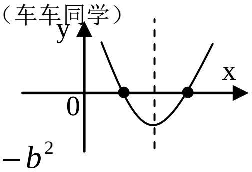
13、一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a \ne 0)$

（1）求根公式: $x_{1,2}=\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ （2）判别式：$\Delta=b^2-4ac$

（3）$\Delta>0$ 时方程有两个不等实根；$\Delta=0$ 时方程有一个实根；$\Delta<0$ 时方程无实根。

（4）根与系数的关系——韦达定理: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$， $x_1 \cdot x_2=\dfrac{c}{a}$

14、二次函数：一般式 $y=ax^2+bx+c\ (a \ne 0)$； 两根式 $y=a(x-x_1)(x-x_2)\ (a \ne 0)$



（1）顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$；（2）对称轴方程为：x=$-\frac{b}{2a}$；

（3）当 $a>0$ 时，图象是开口向上的抛物线，在 x=$-\frac{b}{2a}$ 处取得最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$

当 $a<0$ 时，图象是开口向下的抛物线，在 x=$-\frac{b}{2a}$ 处取得最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$

（4）二次函数图象与 x 轴的交点个数和判别式 Δ 的关系：

$\Delta>0$ 时，有两个交点；$\Delta=0$ 时，有一个交点（即顶点）；$\Delta<0$ 时，无交点。

15、函数的零点

使 $f(x)=0$ 的实数 x_0 叫做函数的零点。例如 $x_0=-1$ 是函数 $f(x)=x^2-1$ 的一个零点。

注：函数 $y=f(x)$ 有零点 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴有交点 $\Leftrightarrow$ 方程 $f(x)=0$ 有实根

16、函数零点的判定：

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的图象是连续不断的一条曲线，并且有 $f(a)\cdot f(b)<0$。那么，函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有零点，即存在 $c\in(a,b)$，使得 $f(c)=0$。

17、分数指数幂 （$a>0,m,n\in N^*$，且 $n>1$）

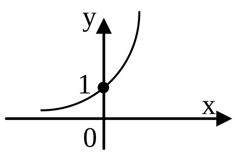
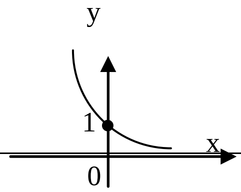
（1）$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$. 如 $\sqrt{x^3}=x^{\frac{3}{2}}$；（2）$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$. 如 $\frac{1}{\sqrt{x^3}}=x^{-\frac{3}{2}}$；（3）$(\sqrt[n]{a})^n=a$；

（4）当 n 为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$； 当 n 为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}a,a\ge0\\-a,a<0\end{cases}$.

18、有理指数幂的运算性质（$a>0,r,s\in Q$）

（1）$a^r\cdot a^s=a^{r+s}$； （2）$(a^r)^s=a^{rs}$； （3）$(ab)^r=a^rb^r$

19、指数函数 $y=a^x$（$a>0$ 且 $a\neq1$），其中 x 是自变量，a 叫做底数，定义域是 R

	$a>1$	$0<a<1$
图象		
性质	（1）定义域：R	
	（2）值域：（0，+∞）	
	（3）过定点（0，1），即 x=0 时，y=1	
	（4）在 R 上是增函数	（4）在 R 上是减函数

20、若 $a^b=N$，则 b 叫做以 a 为底 N 的对数。记作：$\log_a N=b$（$a>0, a\neq 1$，$N>0$）

其中，a 叫做对数的底数，N 叫做对数的真数。

注：指数式与对数式的互化公式：$\log_a N=b \Leftrightarrow a^b=N\ (a>0, a\neq 1, N>0)$

21、对数的性质

（1）零和负数没有对数，即 $\log_a N$ 中 $N>0$；

（2）1 的对数等于 0，即 $\log_a 1=0$；底数的对数等于 1，即 $\log_a a=1$

22、常用对数 $\lg N$：以 10 为底的对数叫做常用对数，记为：$\log_{10} N=\lg N$

自然对数 $\ln N$：以 e(e=2.71828⋯) 为底的对数叫做自然对数，记为：$\log_e N=\ln N$

23、对数恒等式：$a^{\log_a N}=N$

24、对数的运算性质（a＞0，a≠1，M＞0，N＞0）

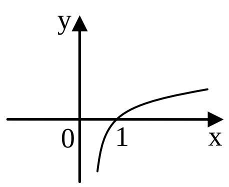
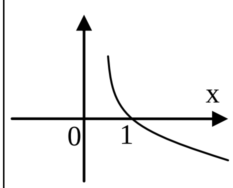
(1) $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$；　(2) $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$；

(3) $\log_a M^n=n\log_a M\ (n\in R)$　（注意公式的逆用）

25、对数的换底公式　$\log_a N=\dfrac{\log_m N}{\log_m a}$（$a>0$，且 $a\neq 1$，$m>0$，且 $m\neq 1$，$N>0$）.

推论① $\log_a b\cdot\log_b a=1$ 或 $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$；　② $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$.

26、对数函数 $y=\log_a x$（$a>0$，且 $a\neq 1$）：其中，x 是自变量，a 叫做底数，定义域是 $(0,+\infty)$

<table>
<tr><td></td><td>$a>1$</td><td>$0<a<1$</td></tr>
<tr><td>图像</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">性质</td><td colspan="2">定义域：$(0,\infty)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">值域：R</td></tr>
<tr><td colspan="2">过定点（1，0）</td></tr>
<tr><td>增函数</td><td>减函数</td></tr>
<tr><td>取值范围</td><td>0<x<1 时，y<0
x>1 时，y>0</td><td>0<x<1 时，y>0
x>1 时，y<0</td></tr>
</table>

27、指数函数 $y=a^x$ 与对数函数 $y=\log_a x$ 互为反函数；它们图象关于直线 $y=x$ 对称.

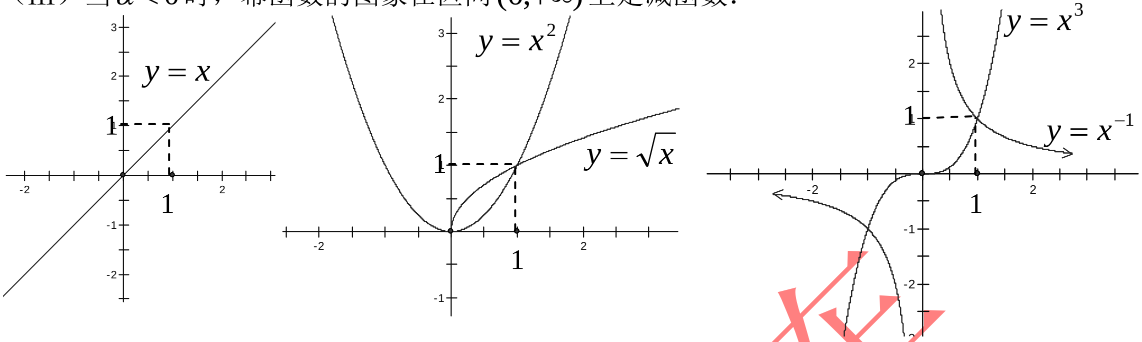
28、幂函数 $y=x^{\alpha}$（$\alpha\in R$），其中 x 是自变量。要求掌握 $\alpha=-1,\frac{1}{2},1,2,3$ 这五种情况（如下图）

29、幂函数 $y=x^{\alpha}$ 的性质及图象变化规律：

（Ⅰ）所有幂函数在（0，+∞）都有定义，并且图象都过点（1，1）；

（Ⅱ）当 $\alpha>0$ 时，幂函数的图象都通过原点，并且在区间 $[0,+\infty)$ 上是增函数.

（Ⅲ）当 $\alpha<0$ 时，幂函数的图象在区间 $(0,+\infty)$ 上是减函数.



必修 2

30、边长为 a 的等边三角形面积 $S_{\text{正}\Delta}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

31、柱体体积：$V_{\text{柱}}=S_{\text{底}}h$，　　锥体体积：$V_{\text{锥}}=\frac{1}{3}S_{\text{底}}h$

球表面积公式：$S_{\text{球}}=4\pi R^2$，　球体积公式：$V=\frac{4}{3}\pi R^3$（上述四个公式不要求记忆）

32、四个公理：

① 如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内。

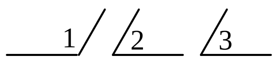
② 过**不在一条直线上**的三点，有且仅有一个平面。

③ 如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且仅有一条过该点的公共直线。

④ 平行于同一直线的两条直线平行（平行的传递性）。

33、等角定理：

空间中如果两个角的两边对应平行，那么这两个角相等或互补(如图)



34、两条直线的位置关系：$\begin{cases}\text{共面直线}\begin{cases}\text{平行：（在同一平面内，没有公共点）}\\ \text{相交：（在同一平面内，有一个公共点）}\end{cases}\\ \text{异面直线：（不同在任何一个平面内的两条直线，没有公共点）}\end{cases}$

直线与平面的位置关系：

（1）直线在平面上；（2）直线在平面外（包括直线与平面平行，直线与平面相交）

两个平面的位置关系：（1）两个平面平行；（2）两个平面相交

35、直线与平面平行：

定义　一条直线与一个平面没有公共点，则这条直线与这个平面平行。

判定　平面外一条直线与此平面内的一直线平行，则该直线与此平面平行。

性质　一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行。

36、平面与平面平行：

定义 两个平面没有公共点，则这两平面平行。

判定 若一个平面内有两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平 行。

性质 ① 如果两个平面平行，则其中一个面内的任一直线与另一个平面平行。

② 如果两个平行平面同时与第三个平面相交，那么它们交线平行。

37、直线与平面垂直：

定义 如果一条直线与一个平面内的任一直线都垂直，则这条直线与这个平面垂直。

判定 一条直线与一个平面内的两相交直线垂直，则这条直线与这个平面垂直。

性质 ①垂直于同一平面的两条直线平行。

②两平行直线中的一条与一个平面垂直，则另一条也与这个平面垂直。

38、平面与平面垂直：

定义 两个平行相交，如果它们所成的二面角是直二面角，则这两个平面垂直。

判定 一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直。

性质 两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直。

39、三角形的五“心”

（1）O 为 ΔABC 的外心（各边垂直平分线的交点）. 外心到三个顶点的距离相等

（2）O 为 ΔABC 的重心（各边中线的交点）. 重心将中线分成 2：1 的两段

（3）O 为 ΔABC 的垂心（各边高的交点）.

（4）O 为 ΔABC 的内心（各内角平分线的交点）. 内心到三边的距离相等

（5）O 为 ΔABC 的 $\angle A$ 的旁心（各外角平分线的交点）.

40、直线的斜率：

（1）过 $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ 两点的直线，斜率 $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，（$x_1\neq x_2$）

（2）已知倾斜角为 α 的直线，斜率 $k=\tan\alpha$ （$\alpha\neq 90^0$）

（3）曲线 $y=f(x)$ 在点（x_0,y_0）处的切线，其斜率 $k=f'(x_0)$

41、直线位置关系：已知两直线 $l_1: y=k_1x+b_1, l_2: y=k_2x+b_2$，则

$$l_1 // l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2 \text{且} b_1\neq b_2 \qquad l_1\perp l_2 \Leftrightarrow k_1k_2=-1$$

特殊情况：（1）当 k_1,k_2 都不存在时，$l_1//l_2$；（2）当 k_1 不存在而 $k_2=0$ 时，$l_1\perp l_2$

42、直线的五种方程 ：

①点斜式 $y-y_1=k(x-x_1)$ （直线 l 过点 (x_1,y_1)，斜率为 k）.

②斜截式 $y=kx+b$ （直线 l 在 y 轴上的截距为 b，斜率为 k）.

③两点式 $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$ （直线过两点 (x_1,y_1) 与 (x_2,y_2)）.

④截距式 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$（$a,b$ 分别是直线在 x 轴和 y 轴上的截距，均不为 0）

⑤一般式 $Ax+By+C=0$(其中 A、B 不同时为 0)；可化为斜截式：$y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$

43、（1）平面上两点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 间的距离公式：$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

（2）空间两点 $A(x_1,y_1,z_1),B(x_2,y_2,z_2)$ 距离公式 $|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$

（3）点到直线的距离 $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ (点 $P(x_0,y_0)$，直线 l： $Ax+By+C=0$).

44、两条平行直线 $Ax+By+C_1=0$ 与 $Ax+By+C_2=0$ 间的距离公式：$d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

注：求直线 $Ax+By+C=0$ 的平行线，可设平行线为 $Ax+By+m=0$，求出 m 即得。

45、求两相交直线 $A_1x+B_1y+C_1=0$ 与 $A_2x+B_2y+C_2=0$ 的交点：解方程组 $\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1=0\\A_2x+B_2y+C_2=0\end{cases}$

46、圆的方程：

①圆的标准方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. 其中圆心为 (a,b)，半径为 r

②圆的一般方程 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$.

其中圆心为 $(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2})$，半径为 $r=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$，其中 $D^2+E^2-4F>0$

47、直线 $Ax+By+C=0$ 与圆的 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 位置关系

（1） $d>r\Leftrightarrow$ 相离 $\Leftrightarrow \Delta<0$；

（2） $d=r\Leftrightarrow$ 相切 $\Leftrightarrow \Delta=0$； 其中 d 是圆心到直线的距离，且 $d=\frac{|Aa+Bb+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

（3） $d<r\Leftrightarrow$ 相交 $\Leftrightarrow \Delta>0$.

48、直线与圆相交于 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 两点，求弦 AB 长度的公式：（1）$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$

（2） $|AB|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$ （结合韦达定理使用），其中 k 是直线的斜率

49、两个圆的位置关系：设两圆的圆心分别为 O_1，O_2，半径分别为 r_1，r_2，$|O_1O_2|=d$

1） $d>r_1+r_2\Leftrightarrow$ 外离 $\Leftrightarrow$ 4条公切线；

2） $d=r_1+r_2\Leftrightarrow$ 外切 $\Leftrightarrow$ 3条公切线；

3） $|r_1-r_2|<d<r_1+r_2\Leftrightarrow$ 相交 $\Leftrightarrow$ 2条公切线；

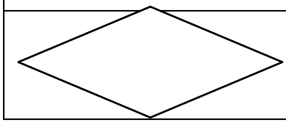
4） $d=|r_1-r_2|\Leftrightarrow$ 内切 $\Leftrightarrow$ 1条公切线；

5） $0<d<|r_1-r_2|\Leftrightarrow$ 内含 $\Leftrightarrow$ 无公切线

必修③公式表

50、算法：是指可以用计算机来解决的某一类问题是程序或步骤，这些程序或步骤必须是明确和有效的，而且能够在有限步之内完成.

51、程序框图及结构

程序框	名称	功能
	起止框	表示一个算法的起始和结束，是任何流程图不可少的。
	输入、输出框	表示一个算法输入和输出的信息，可用在算法中任何需要输入、输出的位置。
	处理框	赋值、计算，算法中处理数据需要的算式、公式等分别写在不同的用以处理数据的处理框内。
	判断框	判断某一条件是否成立，成立时在出口处标明“是”或“Y”；不成立时标明“否”或“N”。

52、算法的三种基本逻辑结构：顺序结构、条件结构、循环结构。

53、三种抽样方法的区别与联系

类别	共同点	各自特点	相互联系	适用范围
简单随机抽样	抽取过程中每个个体被抽取的概率相等	从总体中逐个抽取		总体中个体数较少
分层抽样		将总体分成几层进行抽取	各层抽样可采用简单随机抽样或系统抽样	总体有差异明显的几部分组成
系统抽样		将总体平均分成几部分，按事先确定的规则分别在各部分抽取	在起始部分抽样时采用简单随机抽样	总体中的个体较多

54、（1）频率分布直方图（注意其纵坐标是“频率/组距）

$$\text{组数}=\left[\frac{\text{极差}}{\text{组距}}\right]，\text{频率}=\frac{\text{频数}}{\text{样本容量}}，\text{小矩形面积}=\text{组距}\times\frac{\text{频率}}{\text{组距}}=\text{频率}。$$

（2）数字特征　　众数：一组数据中，出现次数最多的数。

中位数：一组数从小到大排列，最中间的那个数（若最中间有两个数，则取其平均数）。

平均数：$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$　方差：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+(x_3-\bar{x})^2+\ldots+(x_n-\bar{x})^2]$

标准差：$s=\sqrt{\frac{1}{n}\left[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2\right]}$　　注：通过标准差或方差可以判断一组数据的分散程度；其值越小，数据越集中；其值越大，数据越分散。

回归直线方程：$\hat{y}=bx+a$，其中$b=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$，$a=\bar{y}-b\bar{x}$

55、事件的分类：

（1）必然事件：**必然事件**是每次试验都一定出现的事件。P（必然事件）=1

（2）不可能事件：任何一次试验都不可能出现的事件称为**不可能事件**。P（不可能事件）=0

（3）随机事件：随机试验的每一种结果或随机现象的每一种表现称作**随机事件**，简称为**事件**

基本事件：一个事件如果不能再被分解为两个或两个以上事件，称作**基本事件**。

56、在 n 次重复实验中，事件 A 发生的次数为 m，则事件 A 发生的频率为 m/n，当 n 很大时，m 总是在某个常数值附近摆动，就把这个常数叫做事件 A 的概率。（概率范围：$0 \le P(A) \le 1$）

57、互斥事件概念：在一次随机事件中，不可能同时发生的两个事件，叫做互斥事件（如图 1）。如果事件 A、B 是互斥事件，则 P（A+B）=P（A）+P（B）

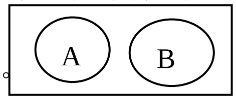
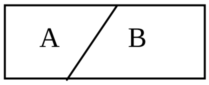


图 1

58、对立事件（如图 2）：指两个事件不可能同时发生，但必有一个发生。

对立事件性质：P（A）+P（$\overline{A}$）=1，其中 $\overline{A}$ 表示事件 A 的对立事件。



图（2）

59、古典概型是最简单的随机试验模型，古典概型有两个特征：

（1）基本事件个数是有限的；

（2）各基本事件的出现是等可能的，即它们发生的概率相同.

60、设一试验有 n 个等可能的基本事件，而事件 A 恰包含其中的 m 个基本事件，则事件 A 的概率 P(A)公式为

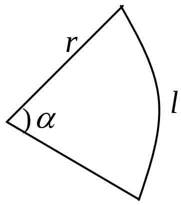
$$P(A)=\frac{A\text{包含的基本事件的个数}}{\text{基本事件的总数}}=\frac{m}{n}$$

运用互斥事件的概率加法公式时，首先要判断它们是否互斥，再由随机事件的概率公式分别求它们的概率，然后计算。 在计算某些事件的概率较复杂时，可转而先示对立事件的概率。

61、几何概型的概率公式：$P(A)=\dfrac{\text{构成事件A的区域长度(面积或体积)}}{\text{试验的全部结果构成的区域长度(面积或体积)}}$

必修④公式表

62、终边相同角构成的集合：$\{\beta \mid \beta=\alpha+2k\pi, k\in Z\}$

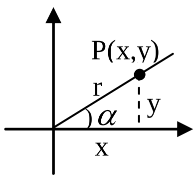


63、弧度计算公式：$|\alpha|=\dfrac{l}{r}$

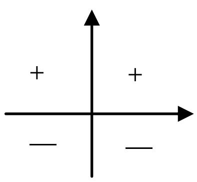
64、扇形面积公式：$S=\dfrac{1}{2}lr=\dfrac{1}{2}\alpha\cdot r^2$（$\alpha$ 为弧度）

65、三角函数的定义：已知 $P(x,y)$ 是 α 的终边上除原点外的任一点

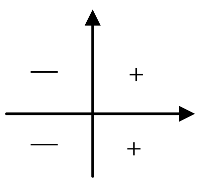
则 $\sin\alpha=\dfrac{y}{r}, \cos\alpha=\dfrac{x}{r}, \tan\alpha=\dfrac{y}{x}$，其中 $r^2=x^2+y^2$



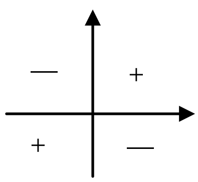
66、三角函数值的符号



$\sin\alpha$



$\cos\alpha$



$\tan\alpha$

67、特殊角的三角函数值：

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	不存在

68、同角三角函数的关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1, \tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

69、和角与差角公式：

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$；

$\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$.

二倍角公式：

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha$
$=2\cos^2\alpha-1$

$\tan 2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

70、诱导公式 记忆口诀：奇变偶不变,符号看象限；其中，奇偶是指$\frac{\pi}{2}$的个数,符号参考第 66 条.

$\sin(\alpha+2k\pi)=\sin\alpha$　$\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha$　$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$　$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$

$\cos(\alpha+2k\pi)=\cos\alpha$　$\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha$　$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$　$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$

$\tan(\alpha+2k\pi)=\tan\alpha$　$\tan(\alpha+\pi)=\tan\alpha$　$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$　$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$

$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$　$\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha$　$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$　$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$

71、辅助角公式：$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\varphi)$（辅助角$\varphi$所在象限与点$(a,b)$的象限相同, 且$\tan\varphi=\dfrac{b}{a}$）. 主要在求周期、单调性、最值时运用。　如 $y=\sqrt{3}\sin x+\cos x=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$

72、半角公式(降幂公式)：$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}$，$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\dfrac{1+\cos\alpha}{2}$

73、三角函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的性质（$A>0,\omega>0$）

（1）最小正周期$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$；振幅为 A；频率 $f=\dfrac{1}{T}$；相位：$\omega x+\varphi$；初相：φ；值域：$[-A,A]$；

对称轴：由$\omega x+\varphi=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$解得$x$；对称中心：由$\omega x+\varphi=k\pi$解得$x$组成的点$(x,0)$

（2）图象平移：x左加右减、y上加下减。

例如：向左平移 1 个单位，解析式变为$y=A\sin[\omega(x+1)+\varphi]$

向下平移 3 个单位，解析式变为 $y = A\sin(\omega x + \varphi) - 3$

（3）函数 $y = \tan(\omega x + \varphi)$ 的最小正周期 $T = \dfrac{\pi}{\omega}$.

74、正弦定理：在一个三角形中，各边与对应角正弦的比相等。

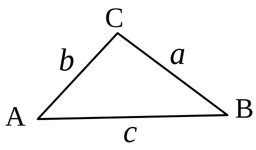
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ (R 是三角形外接圆半径)}$$

75、余弦定理：

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A,$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B,$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C.$$

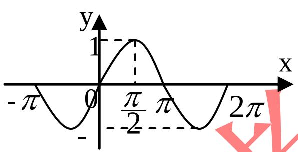
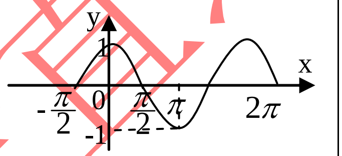
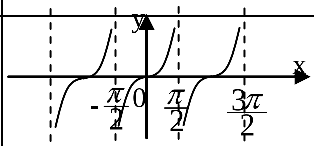
推论

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc},$$
$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca},$$
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$



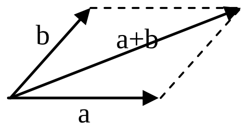
76、三角形的面积公式：$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}bc\sin A$.

77、三角函数的图象与性质和性质

三角函数	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \tan x$
图象			
定义域	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, +\infty)$	$(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$
值域	[-1，1]	[-1，1]	$(-\infty, +\infty)$
最大值	$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$，$y_{\max} = 1$	$x = 2k\pi$，$y_{\max} = 1$	
最小值	$x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$，$y_{\min} = -1$	$x = \pi + 2k\pi$，$y_{\min} = -1$	
周期	2π	2π	π
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数
单调性 $k \in Z$	在 $[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi]$ 上是增函数	在 $[-\pi + 2k\pi, 2k\pi]$ 上是增函数	在 $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi)$ 上都是增函数
	在 $[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi]$ 上是减函数	在 $[2k\pi, \pi + 2k\pi]$ 上是减函数	

78、向量的三角形法则：

79、向量的平行四边形法则：



80、平面向量的坐标运算：设向量 a=(x_1,y_1)，向量 b=(x_2,y_2)

（1）加法 a+b=(x_1+x_2,y_1+y_2).　　（2）减法 a−b=(x_1-x_2,y_1-y_2).

（3）数乘 λ a=$\lambda(x_1,y_1)=(\lambda x_1,\lambda y_1)$

（4）数量积 a・b=|a||b|cosθ $=x_1x_2+y_1y_2$，其中 θ 是这两个向量的夹角

（5）已知两点 A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)，则向量 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$.

81、向量 a=(x,y) 的模：|a|=$\sqrt{(\vec{a})^2}=\sqrt{\vec{a}\bullet\vec{a}}=\sqrt{x^2+y^2}$，即 $|\vec{a}|^2=\vec{a}^2$

82、两向量的夹角公式　$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$

83、向量的平行与垂直　（b$\neq$0）

a||b $\Leftrightarrow$ b=λ a $\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0$.　　记法：a=$(x_1,y_1)$，b=$(x_2,y_2)$

a⊥b $\Leftrightarrow$ a・b=0 $\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$.　　记法：a=$(x_1,y_1)$，b=$(x_2,y_2)$

必修⑤公式表

84、数列前 n 项和与通项公式的关系：

$$a_n=\begin{cases}S_1, & n=1;\\ S_n-S_{n-1}, & n\geq 2.\end{cases}$$（数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 $s_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$）.

85、等差、等比数列公式对比

$n\in N^+$	等差数列	等比数列
定义式	$a_n-a_{n-1}=d$	$\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=q$ （$q\neq0$）
通项公式及推广公式	$a_n=a_1+(n-1)d$ $a_n=a_m+(n-m)d$	$a_n=a_1q^{n-1}$ $a_n=a_mq^{n-m}$
中项公式	若 a,A,b 成等差，则 $A=\dfrac{a+b}{2}$	若 a,G,b 成等比，则 $G^2=ab$
运算性质	若 $m+n=p+q=2r$，则 $a_n+a_m=a_p+a_q=2a_r$	若 $m+n=p+q=2r$，则 $a_na_m=a_pa_q=a_r^2$
前 n 项和公式	$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ $=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$	$S_n=\begin{cases}na_1 & q=1,\\ \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}, & q\neq1.\end{cases}$
一个性质	$S_m,S_{2m}-S_m,S_{3m}-S_{2m}$ 成等差数列	$S_m,S_{2m}-S_m,S_{3m}-S_{2m}$ 成等比数列

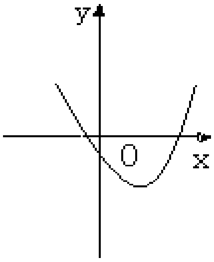
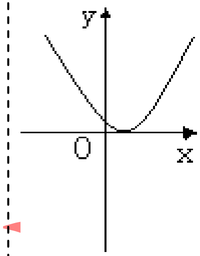
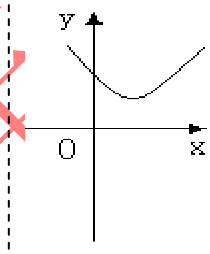
86、解不等式

（1）、含有绝对值的不等式

当 a ＞ 0 时，有 $|x|<a \Leftrightarrow x^2<a^2 \Leftrightarrow -a<x<a$． ［小于取中间］

$|x|>a \Leftrightarrow x^2>a^2 \Leftrightarrow x>a$ 或 $x<-a$．［大于取两边］

(2)、解一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0,(a>0)$ 的步骤：

①求判别式 $\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
②求一元二次方程的解：	两相异实根	一个实根	没有实根
③画二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象			
④结合图象写出解集			
$ax^2+bx+c>0$ 解集	$\{x\mid x>x_2 或 x<x_1\}$	$\left\{x\mid x\neq -\dfrac{b}{2a}\right\}$	R
$ax^2+bx+c<0$ 解集	$\{x\mid x_1<x<x_2\}$	ϕ	ϕ

注：$ax^2+bx+c>0\ (a>0)$ 解集为 R $\Leftrightarrow$ $ax^2+bx+c>0$ 对 $x\in R$ 恒成立 $\Leftrightarrow$ $\Delta<0$

（3）高次不等式：数轴标根法(奇穿偶回，大于取上，小于取下)

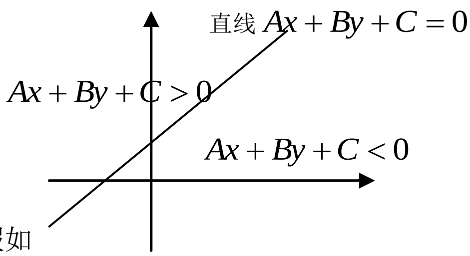
（4）分式不等式：先移项通分，化一边为 0，再将除变乘，化为整式不等式，求解。

如解分式不等式 $\dfrac{x-1}{x}>-1$ ：先移项 $\dfrac{x-1}{x}+1>0;$ 通分 $\dfrac{(x-1)+x}{x}>0;$

再除变乘 $(2x-1)x>0$，解出。

87、线性规划：

（1）一条直线将平面分为三部分（如图）：



（2）不等式 $Ax+By+C>0$ 表示直线 $Ax+By+C=0$ 某一侧的平面区域，验证方法：取原点（0，0）代入不等式，若不等式成立，则平面区域在原点所在的一侧。假如直线恰好经过原点，则取其它点来验证，例如取点（1，0）。

（3）线性规划求最值问题：一般情况可以求出平面区域各个顶点的坐标，代入目标函数 z，最大的为最大值。

选修 1-1

88、充要条件

（1）若 $p \Rightarrow q$，则 p 是 q 充分条件，q 是 p 必要条件.

（2）若 $p \Rightarrow q$，且 $q \Rightarrow p$，则 p 是 q 充要条件.

注：如果甲是乙的充分条件，则乙是甲的必要条件；反之亦然.

89、逻辑联结词。“p 或 q”记作：p∨q；“p 且 q”记作：p∧q；非 p 记作：┐p

90、四种命题：　原命题：若 p，则 q　　逆命题：若 q，则 p

否命题：若┐p，则┐q　　逆否命题：若┐q，则┐p

注意：（1）原命题与逆否命题同真同假，但逆命题的真假与否命题之间没有关系；

（2）┐p 是指命题 P 的否定，注意区别“否命题”。例如命题 P：“若 $a>0$，则 $b=0$”，那么 P 的“否命题”是：“若 $a\le 0$，则 $b\ne 0$”，而┐p 是：“若 $a>0$，则 $b\ne 0$”。

91、全称命题：含有“任意”、“所有”等全称量词（记为 $\forall$）的命题，如 P：$\forall x\in R,(x-1)^2\ge 0$

特称命题：含有“存在”、“有些”等存在量词（记为 $\exists$）的命题，如 q：$\exists x\in R,x^2=-1$

注：全称命题的否定是特称命题，特称命题的否定是全称命题，

如上述命题 p 和 q 的否定：┐p：$\exists m\in R,(m-1)^2<0$，　┐q：$\forall x\in R,x^2\ne -1$

92、椭圆

①定义：若 F_1，F_2 是两定点，P 为动点，且 $|PF_1|+|PF_2|=2a$（a 为常数)则 P 点的轨迹是椭圆。

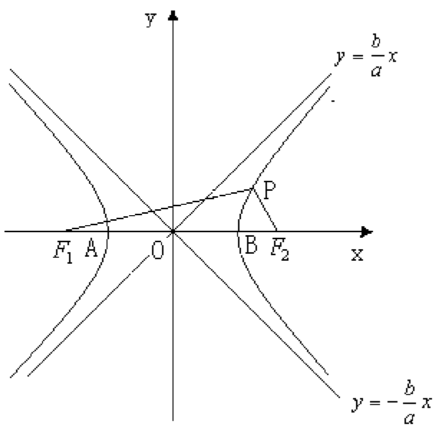
②标准方程：焦点在 x 轴：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ \ (a>b>0)$；　焦点在 y 轴：$\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1\ \ (a>b>0)$；

长轴长$=2a$，短轴长=2b，　焦距：2c　恒等式：a^2-b^2=c^2　离心率：$e=\dfrac{c}{a}$

93、双曲线

①定义：若 F_1，F_2 是两定点，$\big||PF_1|-|PF_2|\big|=2a$（$a$ 为常数），则动点 P 的轨迹是双曲线。

②图形：如图



③标准方程：

焦点在 x 轴：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ \ (a>0,b>0)$

焦点在 y 轴：$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1\ \ (a>0,b>0)$

实轴长$=2a$，虚轴长=2b，　焦距：2c

恒等式：a^2+b^2=c^2　离心率：$e=\dfrac{c}{a}$

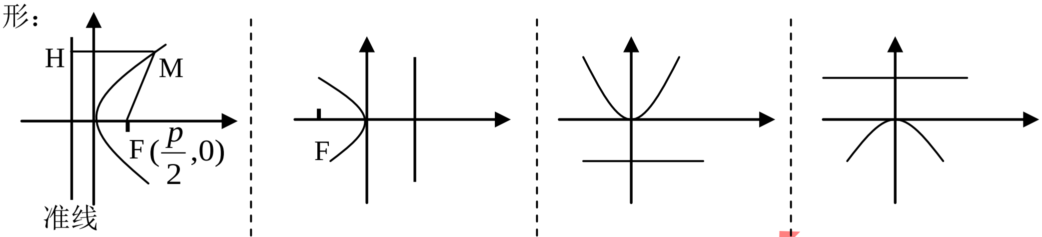
渐近线方程：当焦点在 x 轴时，渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x$；当焦点在 y 轴时，渐近线方程为 $y=\pm\frac{a}{b}x$

等轴双曲线：当 $a=b$ 时，双曲线称为等轴双曲线，可设为 $x^2-y^2=\lambda$。

94、抛物线

①定义：到定点 F 距离与到定直线 l 的距离相等的点 M 的轨迹是抛物线（如左下图 MF=MH）。

②图形：



方程	$y^2=2px,(p>0)$	$y^2=-2px,(p>$ (	$x^2=2py,(p>$ (	$x^2=-2py,(p>$ (
焦点：	F$(\frac{p}{2},0)$	F$(-\frac{p}{2},0)$	F$(0,\frac{p}{2})$	F$(0,-\frac{p}{2})$
准线方程：	$x=-\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{2}$	$y=-\frac{p}{2}$	$y=\frac{p}{2}$

注意：几何特征：焦点到顶点的距离= $\frac{p}{2}$；焦点到准线的距离= p；

95．导数的几何意义：$f'(x_0)$ 表示曲线 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的切线的斜率 k；

导数的物理意义：$f'(x_0)$ 表示运动物体在时刻 x_0 处的瞬时速度。

96、几种常见函数的导数

（1） $C'=0$（C 为常数）．　　（2） $(x^n)'=nx^{n-1}(n\in Q)$．

（3） $(\sin x)'=\cos x$．　　（4） $(\cos x)'=-\sin x$．

(5) $(\ln x)'=\frac{1}{x}$；$(a^x)'=a^x\ln a$．　　(6) $(e^x)'=e^x$；.　　（7） $(\frac{1}{x})'=-\frac{1}{x^2}$

97、导数的运算法则

（1）$(u\pm v)'=u'\pm v'$．（2）$(uv)'=u'v+uv'$．（3）$(\frac{u}{v})'=\frac{u'v-uv'}{v^2}(v\neq 0)$．

98．函数的单调性与其导函数的正负的关系：

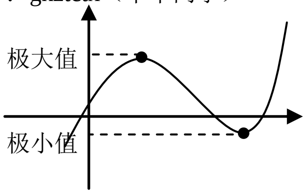
在某个区间（a , b）内，如果 $f'(x)>0$，那么函数 $y=f(x)$ 在这个区间内单调递增；

如果 $f'(x)<0$，那么函数 $y=f(x)$ 在这个区间内单调递减。

注：若函数 $y=f(x)$ 在这个区间内单调递增，则 $f'(x)\geq 0$

若函数 $y=f(x)$ 在这个区间内单调递减，则 $f'(x)\leq 0$

99、判别 $f(x_0)$ 是极大（小）值的方法



(1)求导 $f'(x)$；

（2）令 $f'(x)=0$，解方程，求出所有实根 x_0

（3）列表，判断每一个根 x_0 左右两侧 $f'(x)$ 的正负情况：

如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)>0$，右侧 $f'(x)<0$，则 $f(x_0)$ 是极大值；

如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)<0$，右侧 $f'(x)>0$，则 $f(x_0)$ 是极小值.

100、求函数在闭区间[a ， b]上的最值的步骤：

（1）求函数 $f(x)$ 的所有极值；

（2）求闭区间端点函数值 $f(a), f(b)$；

（3）将各极值与 $f(a), f(b)$ 比较，其中最大的为最大值，最小的为最小值。

注意：（1）无论是极值还是最值，都是函数值，即 $f(x_0)$，千万不能写成导数值 $f'(x_0)$。

（2）若在某区间内只有一个极值，则不用与端点比较也知道这个极值就是函数的最值。

选修 1-2

101、复数 $z=a+bi$，其中 a 叫做实部，b 叫做虚部

(1)复数的相等　　$a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c, b=d$.（$a,b,c,d\in R$）

(2)当 a=0, b≠0 时, z=bi 为纯虚数;

(3)当 b=0 时, z=a 为实数;

(4)复数 z 的共轭复数是 $\bar{z}=a-bi$

(5)复数 $z=a+bi$ 的模 $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$.

(6) $i^2=-1$,　$(-i)^2=-1$.

(7) 复数 $z=a+bi$ 对应复平面上的点 (a,b)，

102、复数的四则运算法则

(1)加：$(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$；

(2)减：$(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$；

(3)乘：$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$；类似多项式相乘

(4)除：$\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}$（分子、分母乘分母共轭复数，此法称为“分母实数化”）

103、常用不等式：

（1）重要不等式:若 $a,b\in R$，则$\Rightarrow a^2+b^2\geq 2ab$（当且仅当 a=b 时取“=”号）.

（2）基本不等式:若 $a>0, b>0$，则 $a+b\geq 2\sqrt{ab}$（当且仅当 a=b 时取“=”号）.

基本不等式的适用原则可口诀表示为：一正、二定、三相等

当 ab 为定值时，$a+b$ 有最小值，简称“积定和最小”

当 $a+b$ 为定值时，ab 有最大值，简称“和定积最大”

104、推理：

（1）合情推理：包含归纳推理（从特殊到一般）和类比推理（从特殊到特殊）

（2）演绎推理：从一般到特殊。三段论是演绎推理的一般模式，包括：大前提（已知的一般原理）、小前提（所研究的特殊情况）、结论（根据一般原理，对特殊情况得出的判断）

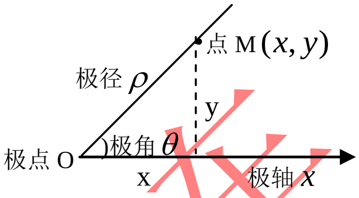
105、证明：

（1）直接证明：包括综合法（又叫由因导果法）和分析法（又叫执果索因法）

（2）间接证明：又叫反证法，通常假设原命题不成立，经过正确的推理，最后得出矛盾，因此说明假设错误，从而证明原命题成立。

坐标系与参数方程

106、极坐标系：其中$|OM|=\rho$



（1）如图，点 M 的极坐标为(ρ,θ)

（2）极坐标与直角坐标的互化公式：

①$x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$；　　②$\rho^2=x^2+y^2$，$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$

107、参数方程形如$\begin{cases}x=f(t)\\ y=g(t)\end{cases}$,$(t为参数)$ ………… （*）

参数方程是借助参数t，间接给出x,y之间的关系，而普通方程是直接给出x与y的关系，如$x+y-1=0$

（1）圆$x^2+y^2=r^2$的参数方程是$\begin{cases}x=r\cos\theta\\ y=r\sin\theta\end{cases}$,$(\theta为参数)$

（2）椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$的参数方程$\begin{cases}x=a\cos\theta\\ y=b\sin\theta\end{cases}$,$(\theta为参数,a>b>0)$

（3）参数方程与普通方程的互化：消去参数方程的参数，得到普通方程。

消去参数的方法有：①公式法：用公式$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$等

②代入法：方程（*）中，由$x=f(t)$解出$t=h(x)$，代入$y=g(t)$

③加减消元法：方程（*）中，两式相加（减）消去参数t

请同学们试着将圆的参数方程$\begin{cases}x=a+r\cos\theta\\ y=b+r\sin\theta\end{cases}$,$(\theta为参数)$，化为圆的标准方程

________________，说说你用的是什么方法？

提示：解参数方程问题，通常先将参数方程化为普通方程，再求解。

-1

几何证明选讲

108．平行线等分线段定理：如果一组平行线在一条直线上截得的线段相等，那么在其他直线上截得的线段也相等。

推论 1：经过三角形一边的中点与另一边平行的直线必平分第三边

推论 2：经过梯形一腰的中点，且与底边平行的直线平分国一腰

109．平行线分线段成比例定理：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例

推论：平行于三角形的一边的直线截其他两边（或两边的延长线），所得的对应线段成比例

110．判定两个三角形相似的方法：

预备定理：平行于三角形一边的直线和其他两边（或延长线）相交，所构成的三角形相似

判定定理 1：两角对应相等，两三角形相似

判定定理 2：两边对应成比例且夹角相等，两三角形相似

判定定理 3：三边对应成比例，两三角形相似

引理：若一条直线截三角形两边（或延长线）所得的对应线段成比例，那么直线平行第三边

111．相似三角形的性质定理：

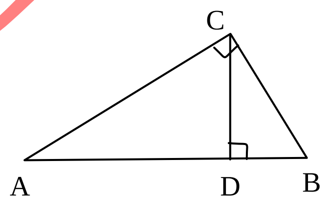
1）相似三角形对应高、中线、角平分线的比都等于相似比

2）相似三角形周长的比等于相似比

3）相似三角形面积的比等于相似比的平方

112．直角三角形的射影定理

如图 $Rt\triangle ABC$ 中，CD 是斜边 AB 上的高，则



（1）$CD^2 = AD \times BD$　　（2）$AC \times BC = AB \times CD$

（3）$AC^2 = AD \times AB$；$BC^2 = BD \times AB$

113．圆周角定理：圆上一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半

圆心角定理：圆心角的度数等于它所对弧的度数

推论 1：同弧或等弧所对的圆周角相等

推论 2：半圆（或直径）所对的圆周角为直角

114．圆的切线的性质定理：圆的切线垂直于经过切点的半径

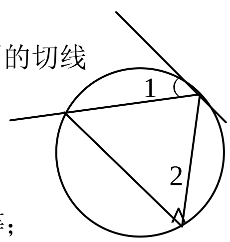
推论 1：经过圆心垂直于切线的直线必经过切点

推论 2：经过切点垂直于切线的直线必经过圆心

圆的切线的判定定理：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线

115．弦切角定理：弦切角等于它所夹的弧所对的圆周角

如图：$\angle 1 = \angle 2$



116．与圆有关的定理：

（1）相交弦定理：圆内两条相交弦，被交点分成的两条线段长的积相等；

（2）割线定理：从圆外一点引圆的两条割线，这一点到每条割线与圆的交点的两条线段长的积相等；

（3）切割线定理：从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项；

（4）切线长定理：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和这一点的连线平分两条切线的夹角。