

1. 已知集合 A, B , 当 $A \cap B = \emptyset$ 时, 你是否注意到“极端”情况: $A = \emptyset$ 或 $B = \emptyset$;
求集合的子集时是否忘记 \emptyset ?
2. 对于含有 n 个元素的有限集合 M , 其子集、真子集、非空子集、非空真子集的个数依次为 $2^n, 2^n - 1, 2^n - 1, 2^n - 2$.
3. 反演律: $C_I(A \cup B) = C_I A \cap C_I B$, $C_I(A \cap B) = C_I A \cup C_I B$.
4. “ p 且 q ” 的否定是“非 p 或非 q ”; “ p 或 q ” 的否定是“非 p 且非 q ”。
5. 命题的否定只否定结论; 否命题是条件和结论都否定。
6. 函数的几个重要性质:
 - ①如果函数 $y = f(x)$ 对于一切 $x \in R$, 都有 $f(a+x) = f(a-x)$, 那么函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = a$ 对称 $\Leftrightarrow y = f(x+a)$ 是偶函数;
 - ②若都有 $f(a-x) = f(b+x)$, 那么函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{a+b}{2}$ 对称; 函数 $y = f(a-x)$ 与函数 $y = f(b+x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{a-b}{2}$ 对称;
 - ③函数 $y = f(x)$ 与函数 $y = f(-x)$ 的图象关于直线 $x = 0$ 对称; 函数 $y = f(x)$ 与函数 $y = -f(x)$ 的图象关于直线 $y = 0$ 对称; 函数 $y = f(x)$ 与函数 $y = -f(-x)$ 的图象关于坐标原点对称;
 - ④若奇函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 则 $y = f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上也是增函数; 若偶函数 $y = f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 则 $y = f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是减函数;
 - ⑤函数 $y = f(x+a)$ ($a > 0$) 的图象是把 $y = f(x)$ 的图象沿 x 轴向左平移 a 个单位得到的; 函数 $y = f(x+a)$ ($a < 0$) 的图象是把 $y = f(x)$ 的图象沿 x 轴向右平移 $|a|$ 个单位得到的;
 - ⑥函数 $y = f(x)+a$ ($a > 0$) 的图象是把 $y = f(x)$ 的图象沿 y 轴向上平移 a 个单位得到的; 函数 $y = f(x)+a$ ($a < 0$) 的图象是把 $y = f(x)$ 的图象沿 y 轴向下平移 $|a|$ 个单位得到的。

7. 求一个函数的解析式和一个函数的反函数时, 你标注了该函数的定义域了吗?
8. 函数与其反函数之间的一个有用的结论: $f^{-1}(a)=b \Leftrightarrow f(b)=a$. 原函数与反函数图象的交点不全在 $y=x$ 上 (例如: $y=\frac{1}{x}$); $y \neq x$ 只能理解为 $y=f^{-1}(x)$ 在 $x+a$ 处的函数值。
9. 原函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-a, a]$ 上单调递增, 则一定存在反函数, 且反函数 $y=f^{-1}(x)$ 也单调递增; 但一个函数存在反函数, 此函数不一定单调. 判断一个函数的奇偶性时, 你注意到函数的定义域是否关于原点对称这个必要非充分条件了吗?
10. 一定要注意 “ $f'(x)>0$ (或 $f'(x)<0$) 是该函数在给定区间上单调递增 (减) 的必要条件。
11. 你知道函数 $y=ax+\frac{b}{x}$ ($a>0, b>0$) 的单调区间吗? (该函数在 $(-\infty, -\sqrt{ab}]$ 或 $[\sqrt{ab}, +\infty)$ 上单调递增; 在 $[-\sqrt{ab}, 0)$ 或 $(0, \sqrt{ab}]$ 上单调递减) 这可是一个应用广泛的函数!
12. 切记定义在 \mathbb{R} 上的奇函数 $y=f(x)$ 必定过原点。
13. 抽象函数的单调性、奇偶性一定要紧扣函数性质利用单调性、奇偶性的定义求解。同时, 要领会借助函数单调性利用不等关系证明等式的重要方法: $f(a) \geq b$ 且 $f(a) \leq b \Leftrightarrow f(a)=b$ 。
14. 对数函数问题时, 你注意到真数与底数的限制条件了吗? (真数大于零, 底数大于零且不等于 1) 字母底数还需讨论。
15. 数的换底公式及它的变形, 你掌握了吗? ($\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \log_a b^n = \log_a b$)
16. 你还记得对数恒等式吗? ($a^{\log_a b} = b$)

17. “实系数一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有实数解” 转化为 “ $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ”，你是否注意到必须 $a \neq 0$ ；若原题中没有指出是“二次”方程、函数或不等式，你是否考虑到二次项系数可能为零的情形？例如： $(a-2)x^2 + 2(a-2)x < 0$ 对一切 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立，求 a 的取值范围，你讨论了 $a=2$ 的情况了吗？
18. 等差数列中的重要性质： $a_n = a_m + (n-m)d$ ；若 $m+n = p+q$ ，则 $a_m + a_n = a_p + a_q$ ； $S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n}$ 成等差。
19. 等比数列中的重要性质： $a_n = a_m q^{n-m}$ ；若 $m+n = p+q$ ，则 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$ ； $S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n}$ 成等比。
20. 你是否注意到在应用等比数列求前 n 项和时，需要分类讨论。（ $q=1$ 时，

$$S_n = na_1; \quad q \neq 1 \text{ 时, } S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$
）
21. 等差数列的一个性质：设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $\{a_n\}$ 为等差数列的充要条件是

$$S_n = an^2 + bn \quad (a, b \text{ 为常数}), \text{ 其公差是 } 2a.$$
22. 你知道怎样的数列求和时要用“错位相减”法吗？（若 $c_n = a_n b_n$ ，其中 $\{a_n\}$ 是等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列，求 $\{c_n\}$ 的前 n 项的和）
23. 用 $a_n = S_n - S_{n-1}$ 求数列的通项公式时， a_n 一般是分段形式对吗？你注意到 $a_1 = S_1$ 了吗？
24. 你还记得裂项求和吗？（如 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ）
- 叠加法： $a_n = (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) + \dots + (a_2 - a_1) + a_1$
- 叠乘法： $\frac{a_n}{a_1} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \cdot \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \cdot \frac{a_{n-2}}{a_{n-3}} \dots \frac{a_3}{a_2} \cdot \frac{a_2}{a_1}$
25. 在解三角问题时，你注意到正切函数、余切函数的定义域了吗？你注意到正弦函数、余弦函数的有界性了吗？在 $\triangle ABC$ 中， $\sin A > \sin B \Leftrightarrow A > B$ 对吗？

26. 一般说来, 周期函数加绝对值或平方, 其周期减半. (如 $y = \sin^2 x, y = |\sin x|$ 的周期都是 π , 但 $y = |\sin x| + |\cos x|$ 及 $y = |\tan x|$ 的周期为 $\pi/2$,)
27. 函数 $y = \sin x^2, y = \sin|x|, y = \cos \sqrt{x}$ 是周期函数吗? (都不是)
28. 正弦曲线、余弦曲线、正切曲线的对称轴、对称中心你知道吗?
29. 在三角中, 你知道 1 等于什么吗? ($1 = \sin^2 x + \cos^2 x = \sec^2 x - \tan^2 x = \tan x \cdot \cot x = \tan \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{2} = \cos 0 = \dots$ 这些统称为 1 的代换), 常数“1”的种种代换有着广泛的应用.
30. 在三角的恒等变形中, 要特别注意角的各种变换. (如 $\beta = (\alpha + \beta) - \alpha, \beta = (\alpha - \beta) + \alpha, \frac{\alpha + \beta}{2} = \left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) - \left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right)$ 等)
31. 你还记得三角化简题的要求是什么吗? 项数最少、函数种类最少、分母不含三角函数、且能求出值的式子, 一定要算出值来)
32. 你还记得三角化简的通性通法吗? (从函数名、角、运算三方面进行差异分析, 常用的技巧有: 切割化弦、降幂公式、用三角公式转化出现特殊角. 异角化同角, 异名化同名, 高次化低次)
33. 你还记得某些特殊角的三角函数值吗?
- $$(\sin 15^\circ = \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}, \sin 75^\circ = \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5} - 1}{4})$$
34. 你还记得在弧度制下弧长公式和扇形面积公式吗? ($l = |\alpha|r, S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lr$)
35. 辅助角公式: $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \theta)$ (其中 θ 角所在的象限由 a, b 的符号确定, θ 角的值由 $\tan \theta = \frac{b}{a}$ 确定) 在求最值、化简时起着重要作用.
36. 在用反三角函数表示直线的倾斜角、两向量的夹角、两条异面直线所成的角等时, 你是否注意到它们各自的取值范围及意义?

①异面直线所成的角、直线与平面所成的角、二面角的取值范围依次是 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right], [0, \frac{\pi}{2}], [0, \pi]$;

②直线的倾斜角、 l_1 到 l_2 的角、 l_1 与 l_2 的夹角的取值范围依次是 $[0, \pi), [0, \pi), [0, \frac{\pi}{2}]$ ；

③向量的夹角的取值范围是 $[0, \pi]$

37. 若 $\vec{a}=(x_1, y_1)$, $\vec{b}=(x_2, y_2)$, 则 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{a} \perp \vec{b}$ 的充要条件是什么?
38. 如何求向量的模? \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影为什么?
39. 若 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 θ , 且 θ 为钝角, 则 $\cos \theta < 0$ 对吗? (必须去掉反向的情况)
40. 你还记得平移公式是什么? (这可是平移问题最基本的方法); 还可以用结论: 把 $y=f(x)$ 图象向左移动 $|h|$ 个单位, 向上移动 $|k|$ 个单位, 则平移向量是 $\vec{a}=(-|h|, |k|)$ 。
41. 不等式的解集的规范书写格式是什么? (一般要写成集合的表达式)
42. 分式不等式 $\frac{f(x)}{g(x)} > a (a \neq 0)$ 的一般解题思路是什么? (移项通分)
43. 含有两个绝对值的不等式如何去绝对值? (两边平方或分类讨论)
44. 利用重要不等式 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ 以及变式 $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ 等求函数的最值时, 你是否注意到 $a, b \in R^+$ (或 a, b 非负), 且“等号成立”时的条件?
45. 在解含有参数的不等式时, 怎样进行讨论? (特别是指数和对数的底 $0 < a < 1$ 或 $a > 1$) 讨论完之后, 要写出: 综上所述, 原不等式的解是…….
46. 解含参数的不等式的通法是“定义域为前提, 函数增减性为基础, 分类讨论是关键.”
47. 恒成立不等式问题通常解决的方法: 借助相应函数的单调性求解, 其主要技巧有数形结合法, 分离变量法, 换元法。
48. 教材中“直线和圆”与“圆锥曲线”两章内容体现出解析几何的本质是用代数的方法研究图形的几何性质。(04 上海高考试题)

49. 直线方程的几种形式：点斜式、斜截式、两点式、截矩式、一般式。以及各种形式的局限性，（如点斜式不适用于斜率不存在的直线，所以设方程的点斜式或斜截式时，就应该先考虑斜率不存在的情形）。
50. 设直线方程时，一般可设直线的斜率为 k ，你是否注意到直线垂直于 x 轴时，斜率 k 不存在的情况？（例如：一条直线经过点 $(-3, -\frac{3}{2})$ ，且被圆 $x^2 + y^2 = 25$ 截得的弦长为 8，求此弦所在直线的方程。该题就要注意，不要漏掉 $x+3=0$ 这一解。）
51. 简单线性规划问题的可行域求作时，要注意不等式表示的区域是相应直线的上方、下方，是否包括边界上的点。利用特殊点进行判断）。
52. 对不重合的两条直线 $l_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0$ ， $l_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0$ ，有
- $$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow \begin{cases} A_1B_2 = A_2B_1 \\ A_1C_2 \neq A_2C_1 \end{cases}; \quad l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 = 0.$$
53. 直线在坐标轴上的截距可正，可负，也可为 0。
54. 直线在两坐标轴上的截距相等，直线方程可以理解为 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ，但不要忘记当 $a=0$ 时，直线 $y=kx$ 在两条坐标轴上的截距都是 0，也是截距相等。
55. 处理直线与圆的位置关系有两种方法：（1）点到直线的距离；（2）直线方程与圆的方程联立，判别式法。一般来说，前者更简捷。
56. 处理圆与圆的位置关系，可用两圆的圆心距与半径之间的关系。
57. 在圆中，注意利用半径、半弦长、及弦心距组成的直角三角形。
58. 定比分点的坐标公式是什么？（起点，中点，分点以及 λ 值可要搞清）在利用定比分点解题时，你注意到 $\lambda \neq -1$ 了吗？
59. 曲线系方程你知道吗？直线系方程？圆系方程？共焦点的椭圆系，共渐近线的双曲线系？

60. 两圆相交所得公共弦方程是两圆方程相减消去二次项所得。 $x_0x+y_0y=r^2$ 表示过圆 $x^2+y^2=r^2$ 上一点 (x_0, y_0) 的切线, 若点 (x_0, y_0) 在已知圆外, $x_0x+y_0y=r^2$ 表示什么? (切点弦)
61. 椭圆方程中三参数 a, b, c 的满足 $a^2+b^2=c^2$ 对吗? 双曲线方程中三参数应满足什么关系?
62. 椭圆中, 注意焦点、中心、短轴端点所组成的直角三角形。
63. 椭圆和双曲线的焦半径公式你记得吗?
64. 在解析几何中, 研究两条直线的位置关系时, 有可能这两条直线重合, 而在立体几何中一般提到的两条直线可以理解为它们不重合。
65. 在利用圆锥曲线统一定义解题时, 你是否注意到定义中的定比的分子分母的顺序?
66. 在用圆锥曲线与直线联立求解时, 消元后得到的方程中要注意: 二次项的系数是否为零? 判别式 $\Delta \geq 0$ 的限制. (求交点, 弦长, 中点, 斜率, 对称, 存在性问题都在 $\Delta > 0$ 下进行)。
67. 通径是抛物线的所有焦点弦中最短的弦。
68. 过抛物线 $y^2=2px (p>0)$ 焦点的弦交抛物线于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $y_1y_2=-p^2, x_1x_2=\frac{p^2}{4}$, 焦半径公式 $|AB|=x_1+x_2+p$ 。
69. 若 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是二次曲线 $C: F(x, y)=0$ 的弦的两个端点, 则 $F(x_1, y_1)=0$ 且 $F(x_2, y_2)=0$ 。涉及弦的中点和斜率时, 常用点差法作 $F(x_1, y_1)-F(x_2, y_2)=0$ 求得弦 AB 的中点坐标与弦 AB 的斜率的关系。
70. 作出二面角的平面角主要方法是什么? (定义法、三垂线定理法、垂面法)

71. 求点到面的距离的常规方法是什么？（直接法、体积变换法、向量法）
72. 求两点间的球面距离关键是求出球心角。
73. 立体几何中常用一些结论：棱长为 a 的正四面体的高为 $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$ ，体积为 $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$ 。
74. 面积射影定理 $\cos \theta = \frac{S'}{S}$ ，其中 S' 表示射影面积， S 表示原面积。
75. 异面直线所成角利用“平移法”求解时，一定要注意平移后所得角是所求角或其补角。
76. 平面图形的翻折、立体图形的展开等一类问题，要注意翻折、展开前后有关几何元素的“不变量”与“不变性”。
77. 棱体的顶点在底面的射影何时为底面的内心、外心、垂心、重心？
78. 解排列组合问题的规律是：元素分析法、位置分析法——相邻问题捆绑法；不邻问题插空法；多排问题单排法；定位问题优先法；多元问题分类法；有序分配问题法；选取问题先排后排法；至多至少问题间接法。
79. 二项式定理中，“系数最大的项”、“项的系数的最大值”、“项的二项式系数的最大值”是同一个概念吗？
80. 求二项展开式各项系数代数和的有关问题中的“赋值法”、“转化法”，求特定项的“通项公式法”、“结构分析法”你会用吗？
81. 注意二项式的一些特性（如 $C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}$ ； $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ ）。
82. 公式 $P(A+B) = P(A) + P(B)$, $P(AB) = P(A)P(B)$ 的适用条件是什么？
83. 简单随机抽样和分层抽样的共同点是每个个体被抽到的概率相等。
84. $f'(x_0) = 0$ 是函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处有极值的必要不充分条件。
85. 注意曲线上某点处的导数值就是切线的斜率。（导数的几何意义）

86. 解直答题(选择题和填空题)的特殊方法是什么? (直接法, 数形结合法, 特殊化法, 推理分析法, 排除法, 验证法, 估算法等等)
87. 解答应用型问题时, 最基本要求是什么? (审题、找准题目中的关键词, 设未知数、列出函数关系式、代入初始条件、注明单位、做答)
88. 求轨迹方程的常用方法有: 直接法、待定系数法、定义法、转移法(相关点法)、参数法等。
89. 由于高考采取电脑阅卷, 所以一定要努力使字迹工整, 卷面整洁, 切记在规定区域答题。